

- 1) Se consideră polinomul  $f = X^3 - 6X^2 + aX + b$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ , care are rădăcinile  $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ .  
Determinați  $a, b$  în fiecare dintre cazurile următoare:
- (10p) a) o rădăcină este egală cu  $2 - i$ ;
- (10p) b) restul împărțirii lui  $f(X + 1)$  la  $X$  este  $-2$ , iar restul împărțirii lui  $f(X)$  la  $X - 2$  este  $0$ ;
- (10p) c)  $x_1 = x_2 = x_3$ ;
- (10p) d)  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 8$  și  $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -3$ .
- 2) Se consideră polinoamele  $f = X^3 + 4 \cdot X^2 + 4 \cdot X + 1$  și  $g = X^2 + X + a$  cu coeficienți din  $\mathbb{Z}_5$ .
- (10p) a) Pentru  $a = 1$ , determinați câtul și restul împărțirii lui  $f$  la  $g$ ;
- (10p) b) Determinați  $a \in \mathbb{Z}_5$  pentru care polinomul  $g$  este ireductibil peste  $\mathbb{Z}_5$ ;
- (10p) c) Arătați că, pentru orice  $a \in \mathbb{Z}_5$ , funcția polinomială  $g: \mathbb{Z}_5 \rightarrow \mathbb{Z}_5, g(x) = x^2 + x + a$  nu este surjectivă.
- (10p) 3) Rezolvați, în mulțimea numerelor complexe, ecuația:  $x^4 + 2x^3 - 6x^2 + 2x + 1 = 0$ .

Notă: Din oficiu se acordă 20 de puncte.